CONSIDERAZIONI SULLE RETTE DI ALTEZZA

Premessa

Questo lavoro presuppone una conoscenza di base dell'argomento e non pretende di essere esauriente.

La retta di altezza

La retta di altezza è il luogo geometrico dei punti che nel medesimo istante vedono un astro con la stessa altezza.

In realtà, volendo essere rigorosi, parlare di retta di altezza non è propriamente corretto; sarebbe infatti più opportuno parlare di circonferenza di altezza. Il raggio di questa circonferenza è determinato dall'altezza dell'astro osservato e poiché tale valore è in genere molto elevato, ecco che risulta possibile l'approssimazione introdotta inizialmente.

Gli "ingredienti" indispensabili per effettuare una misura di questo tipo sono essenzialmente tre:

1- Altezza vera: questa misura viene effettuata immaginando l'osservatore posto al centro della Terra, prendendo come riferimento l'orizzonte astronomico. La misura viene materialmente presa materialmente con il Sestante.

2- Stop cronometrico: in questo modo è possibile fissare l'istante di tempo e quindi la posizione dell'astro sulla Terra.

3- Punto stimato: permette di fissare la posizione della nave e di conseguenza la "porzione" di retta di altezza da considerare.

Vale la pena ribadire alcuni concetti: innanzitutto l'area individuata dalla circonferenza di altezza, è bene saperlo, è estremamente grande; per intenderci, può raggiungere le dimensioni dell'Italia, pertanto il punto stimato discrimina in questo senso; su questo aspetto torneremo in seguito con un esempio numerico.

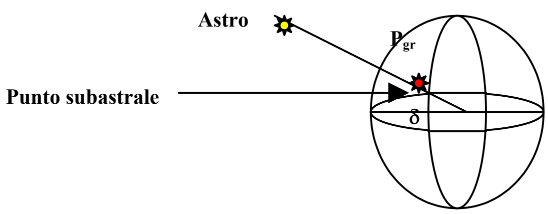
Similmente, lo Stop cronometrico non fa altro che fissare la posizione dell'astro all'istante della misura, nel senso che la declinazione definisce la "latitudine dell'astro" sulla Terra, quindi:

$$\delta = \varphi^*$$

Il Tempo riferito a Greenwich, mi fornisce l'angolo al Polo dell'astro riferito a Greenwich che esprime a sua volta la "longitudine dell'astro" sulla Terra, perciò:

$$T \rightarrow P_{gr} = \lambda^*$$

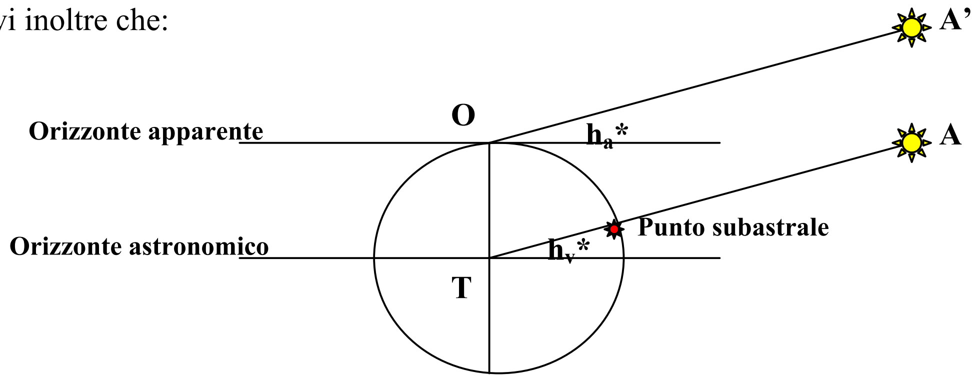
In conclusione φ^* e λ^* definiscono latitudine e longitudine dell'astro sulla superficie della Terra, che prende il nome di punto subastrale.



CONSIDERAZIONI SULLE RETTE DI ALTEZZA

Poiché gli astri si muovono molto rapidamente, il calcolo del tempo (stop cronometrico) è importante allo scopo di definire con precisione la posizione del punto subastrale.

Si osservi inoltre che:



La congiungente OSSERVATORE – ASTRO è parallela (per questione di distanze astronomiche) alla congiungente CENTRO della TERRA – ASTRO.

L'angolo compreso tra orizzonte apparente e la retta OA' prende il nome di altezza apparente dell'astro, mentre l'angolo compreso tra l'orizzonte astronomico e la retta TA è l'altezza vera. Poiché risulta che OA' // TA, si ha che:

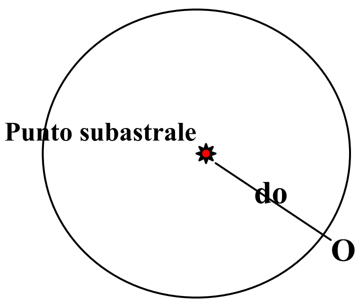
$$h_a^* = h_v^*$$

Siccome l'osservatore è in O e non al centro della Terra, si ha che la misura dell'altezza apparente coincide con la misura dell'altezza vera.

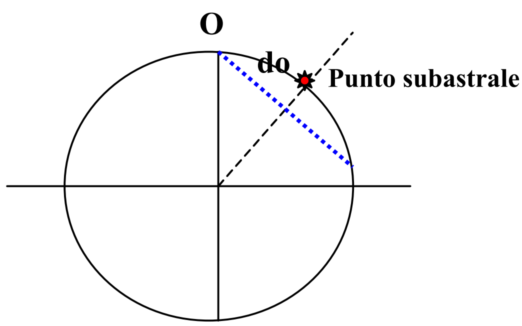
Dalle definizioni delle coordinate astronomiche essendo che:

$$z_{\gamma v} = 90° - h_v$$

si ha cioè che essendo $z_{\gamma v} = d_O$, si può concludere che misurare l'altezza dell'astro equivale a determinare la distanza ortodromica dell'osservatore dal punto subastrale cioè:



Per chiarire, il disegno precedente può essere visto anche nel seguente modo:



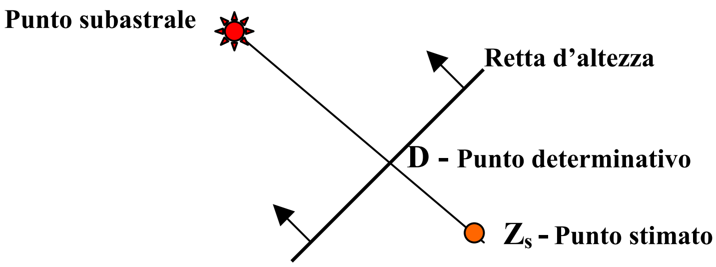
E' infine possibile valutare numericamente le dimensioni della circonferenza di altezza. Sapendo che:

$$1 \text{ mg} = 1852 \text{ m}$$

ecco che se hv = 60° ne segue che $z_{\gamma v}$ = 30° = 1800' = 1800 mg = 3.333.600 m = 3.333 km !!!

Questo breve calcolo giustifica in modo semplice la ragione per cui si vada a considerare la retta di altezza in luogo della circonferenza.

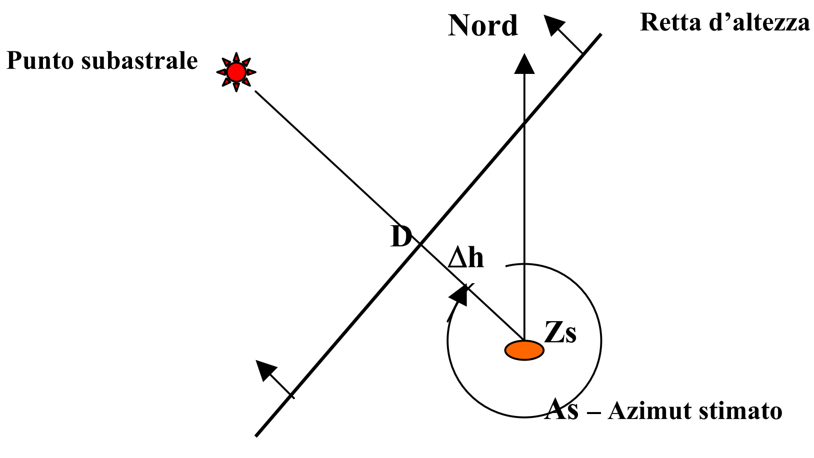
Se a questo punto congiungo il punto stimato (Z_s) con il punto subastrale, il risultato è che intersecherò la retta di altezza in un punto D, detto punto determinativo in quanto "determina" la retta. Dovrebbe essere evidente a questo punto che la retta di altezza sarà ortogonale alla retta Z_sA nel punto D:



Infatti a questo punto l'osservatore solitamente dispone dell'azimut stimato $\mathbf{a_s}$ (calcolato per es. con la: cosZ=[(senδ-senφsenh)/cosφsenh] → Z →a_s), che altri non è che il "rilevamento" del punto subastrale e del **Δh** che gli dice quanto deve "camminare", nella direzione definita dall'azimut, per arrivare alla retta di altezza (cioè a D). Infatti:

$$\mathbf{Z_sD} = Z_sA - DA = z_{\gamma s} - z_{\gamma v} = (90° - h_s) - (90° - h_v) = 90° - h_s - 90° + h_v = h_v - h_s = \mathbf{\Delta h}$$

Si osservi che con questo calcolo si svela la ragione per cui sia indispensabile determinare l'altezza stimata (per es. con la senh=senφsenδ+conφcosδcosP).



Appare evidente che a partire da due osservazioni di questo tipo e quindi disponendo di due rette di altezza, è possibile ricavare un punto nave (N), per quanto affetto dagli inevitabili errori accidentali e sistematici.

Va osservato però che entrambe queste fonti di errore sono sono stimabili, per quanto solamante gli errori sistematici sono eliminabili in modo certo attraverso l'uso della bisettrice.

In particolare risulta:

$$Es = (d_1 + d_2)/2$$

$$Ea = \pm \mid d_1 - d_2 \mid$$

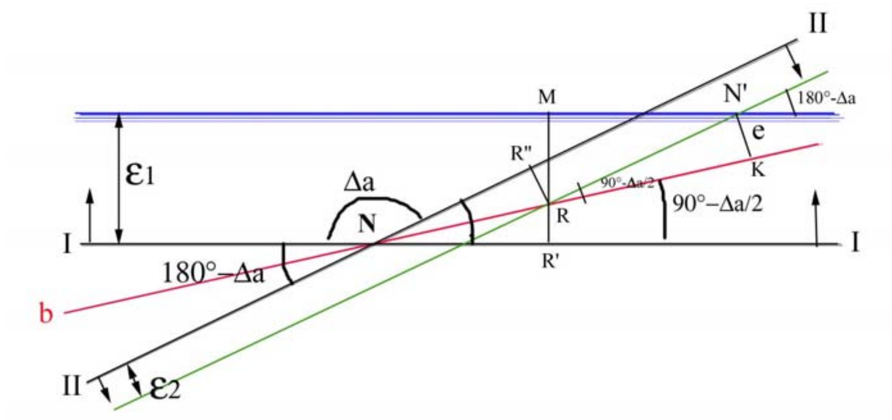
dove di (i = 1, 2), rappresenta la distanza tra punto nave e retta di altezza. Essa sarà contata positivamente allorché per andare dal punto nave alla retta di altezza (in direzione ortogonale alla stessa) ci si muove verso l'astro, negativamente quando ci si allontana da essa.

Errore sulla bisettrice

Concludiamo con la determinazione dell'errore sulla bisettrice. Supponiamo che gli errori sulle due rette di altezza, comprensivi di errore sistematico ed accidentale corrispondano a:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + \varepsilon_{a1}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_s + \varepsilon_{a2}$$



dal triangolo RN'K si ricava facilmente che:

$$e = RN' \operatorname{sen}(90°-\Delta a/2)$$

$$e = RN' \cos(\Delta a/2)$$

essendo che $\operatorname{sen}(90°-\alpha) = \cos\alpha$.

Il problema è a questo punto quello di calcolare RN'. Si possono però fare le seguenti considerazioni:

1) $RR' = RR'' = \varepsilon_1$
2) L'angolo N' = 180°-Δa in quanto opposto all'angolo corrispondente di 180°-Δa
3) L'angolo R = 90°-Δa/2 in quanto corrispondente tra rette parallele

Si può concludere che:

$$RM = RN' \operatorname{sen}(180°-\Delta a) = RN' \operatorname{sen}(\Delta a)$$

essendo che $\operatorname{sen}(180°-\alpha) = \operatorname{sen}\alpha$.

Perciò: $RN' = RM/\operatorname{sen}(\Delta a)$

Si ha inoltre: $RM = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$

e, pertanto: $e = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos(\Delta a/2)/\operatorname{sen}(\Delta a/2)$

Dalle formule di bisecazione si ha: $\operatorname{sen} a = 2 \operatorname{sen}(\alpha/2) \cos(\alpha/2)$

da cui si conclude: $e = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\cos(\Delta a/2)/2 \operatorname{sen}(\Delta a/2) \cos(\Delta a/2)$

$$\boxed{e = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/2 \operatorname{sen}(\Delta a/2)}$$

Riferimenti Bibliografici

- Flora "Astronomia nautica" Ed. Hoepli, Milano
- Nicoli "Navigazione astronomica" Ed. del Bianco, Udine